



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

____ Ю.А. Хашина
(подпись)

«30» августа_2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика, алгоритмы и анализ данных

Иваново



1. Цели освоения дисциплины

Программа предусматривает изложение основных понятий, теорем и принципов теории вероятностей и математической статистики в объеме традиционного вводного университетского курса на основе аксиоматики А.Н. Колмогорова, что соответствует требованиям к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по специальности. Излагаются основные понятия и теоремы теории вероятностей и математической статистики, случайные величины, числовые характеристики случайных величин, предельные теоремы, а также их приложение к изучению статистических моделей.

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Уметь: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Владеть: Основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина (согласно матрице соответствия компетенций и составляющих ОП)

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности



3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (ОПК-1).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач.
(ОПК-1).

Владеть: методами, изложенными в курсе (ОПК-1).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы (144 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинар- ского типа	
1	Тема 1. Случайные события и операции над ними. Статистическое понятие вероятности. Свойства вероятности.	5	2	1	Ответ на практическом занятии
2	Тема 2. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Элементы комбинаторики.	5	2	3	Ответ на практическом занятии
3	Тема 3. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей.	5	2	1	Ответ на практическом занятии
4	Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
5	Тема 5. Последовательности	5	2	2	Ответ на практическом занятии



Основная профессиональная образовательная программа

01.03.01 Математика

(Математика, алгоритмы и анализ данных)

	испытаний. Предельные теоремы.				
6	Тема 6. Случайные величины и операции над ними. Типы случайных величин. Примеры.	5	2	2	Контрольная работа
7	Тема 7. Случайные векторы. Независимые случайные величины.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
8	Тема 8. Числовые характеристики случайных величин.	5	4	3	Ответ на практическом занятии
9	Тема 9. Ковариация и ее свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
10	Тема 10. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
11	Тема 11. Характеристическая функция и ее свойства. Центральная предельная теорема.	5	4	2	Ответ на практическом занятии
12	Тема 12. Выборка. Выборочное пространство. Порядковые статистики. Типы статистических моделей. Выборочные числовые характеристики.	5	2	2	Контрольная работа
13	Тема 13. Теория оценок. Неравенство Рао-Крамера.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
14	Тема 14. Методы нахождения оценок.	5	2	2	Ответ на практическом занятии



15	Тема 15. Доверительные интервалы для параметров.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
16	Тема 16. Статистическая проверка гипотез.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
Итого по дисциплине:			36	32	Экзамен

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

Тема 1. Случайные события и операции над ними. Статистическое понятие вероятности. Свойства вероятности.

1. Понятие случайного события. Операции над случайными событиями. Элементарные случайные события (исходы). Пространство элементарных событий. Событие, как подмножество пространства элементарных событий. Поле и борелевское поле событий.

2. Частота. Устойчивость частот. Статистическое понятие вероятности. Закон сложения. Условная вероятность. Закон умножения. Свойства вероятности.

Тема 2. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Элементы комбинаторики.

3. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Классическая вероятностная модель. Равновозможные события. Классическое определение вероятности.

4. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания. Выборка без возвращения.

5. Выборка с возвращением. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями.

6. Гипергеометрическое распределение. Примеры.

Тема 3. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей.

7. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей. Вероятностное пространство как математическая модель случайного эксперимента. Свойства вероятности.

8. Геометрические вероятности. Теорема Каратеодори о продолжении меры.

Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий.



9. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

10. Независимость событий. Пример С.Н. Бернштейна.

Тема 5. Последовательности испытаний. Предельные теоремы.

11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.

12. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Закон больших чисел Бернулли. Применения интегральной предельной теоремы Муавра-Лапласа.

13. Предельная теорема Пуассона.

Тема 6. Случайные величины и операции над ними. Типы случайных величин. Примеры.

14. Случайные величины и операции над ними. Функция распределения случайной величины. Типы случайных величин. Биномиальное, Пуассона, равномерное и нормальное распределения.

Тема 7. Случайные векторы. Независимые случайные величины.

15. Случайные векторы. Многомерные функции распределения. Независимые случайные величины. Функция распределения суммы независимых случайных величин.

Тема 8. Числовые характеристики случайных величин.

16. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. Примеры.

17. Интегрируемые случайные величины. Математическое ожидание интегрируемой случайной величины и его свойства. Математическое ожидание функции от случайной величины. Примеры.

18. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Теорема о монотонной сходимости.

Тема 9. Ковариация и ее свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин.

19. Математическое ожидание от произведения независимых случайных величин.

20. Моменты. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Примеры.

21. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции.

Тема 10. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.



22. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Усиленный закон больших чисел.

Тема 11. Характеристическая функция и ее свойства. Центральная предельная теорема.

23. Характеристическая функция. Определение и примеры.

24. Свойства характеристической функции. Характеристическая функция суммы независимых случайных величин. Формула обращения (без доказательства). Теорема единственности.

25. Слабая сходимости распределений. Теорема непрерывности. Связь между слабой и равномерной сходимостью. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова.

Тема 12. Выборка. Выборочное пространство. Порядковые статистики. Типы статистических моделей. Выборочные числовые характеристики.

26. Задачи математической статистики. Выборка. Выборочное пространство. Вариационный ряд. Порядковые статистики. Полигон частот. Гистограмма.

27. Эмпирическая функция распределения. Выборочные числовые характеристики. Выборочные моменты. Квантили.

Тема 13. Теория оценок. Неравенство Рао-Крамера.

28. Теория оценок. Оценка неизвестного параметра. Типы оценок.

29. Неравенство Рао-Крамера. Функция информации Фишера.

Тема 14. Методы нахождения оценок.

30. Метод максимального правдоподобия. Функция правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия.

31. Метод моментов.

Тема 15. Доверительные интервалы для параметров.

32. Доверительные интервалы для параметров. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Распределение Стьюдента.

Тема 16. Статистическая проверка гипотез.

33. Статистическая проверка гипотез. Критическое множество. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Теорема Неймана-Пирсона.



34. Критерий “Хи-квадрат” Пирсона.

5. Образовательные технологии

Лекции с использованием компьютерных презентаций. Демонстрация проблемных ситуаций в развитии математического знания, связанных с разнообразными приложениями математики (в том числе, в области информационных технологий).

Практические занятия с использованием активных форм, в частности, - технологий *проблемного обучения* (не менее 30% занятий). Основной тип проблемных ситуаций - *решение учебных проблем*, чем обеспечивается сознательность, глубина и прочность знаний, повышение уровня самостоятельности обучающихся, выработка у них способности к актуализации ранее полученных и вновь приобретаемых знаний.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: работа с конспектами лекций, изучение литературы, выполнение домашних заданий, подготовка к экзаменам.

Методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к рабочей программе.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы. Экзамен.

Форма проведения экзамена: устная.

Критерий оценки: *«отлично»*.

Оценка *«отлично»* выставляется студенту, если продемонстрировано знание понятий и теорем курса и умение творчески применять их к решению задач.

Критерий оценки: *«хорошо»*.

Оценка *«хорошо»* выставляется студенту, если продемонстрировано знание основных понятий и теорем курса и умение применять их к решению простых задач.

Критерий оценки: *«удовлетворительно»*.

Оценка *«удовлетворительно»* выставляется студенту, если продемонстрировано незнание некоторых основных понятий и теорем курса.

Критерий оценки: *«неудовлетворительно»*.

Оценка *«неудовлетворительно»* выставляется студенту, если продемонстрировано незнание понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.



Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1976.
2. Розанов Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. М.: Наука, 1989.
3. Гихман И. И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев, 1979.
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М., 1984.
5. Зубков А. М., Севастьянов Б.А., Чистяков В. П. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1989.

Дополнительная литература:

6. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков А.В. Сборник задач по математической статистике. М., 1989.
7. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1969.
8. Прохоров Ю. В., Ушаков В. Г., Ушаков Н. Г. Задачник по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М.: Наука, 1986.
9. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1980.
10. Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы. М.: Наука, 1987.

Интернет-ресурсы:

В локальной сети ИвГУ, по адресу **<http://10.1.1.39/>**
доступны электронные варианты учебников и учебных пособий.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru;
<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>



Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, выполнения курсовых работ (проектов) с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения.

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: Белов А.С., профессор, доцент, д.ф.-м.н.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики
«30» августа 2024 г., протокол № 1

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 1 от «29» августа 2025 г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ И.О. Фамилия
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ И.О. Фамилия
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ И.О. Фамилия
(подпись)